Da UNO a INFINITO

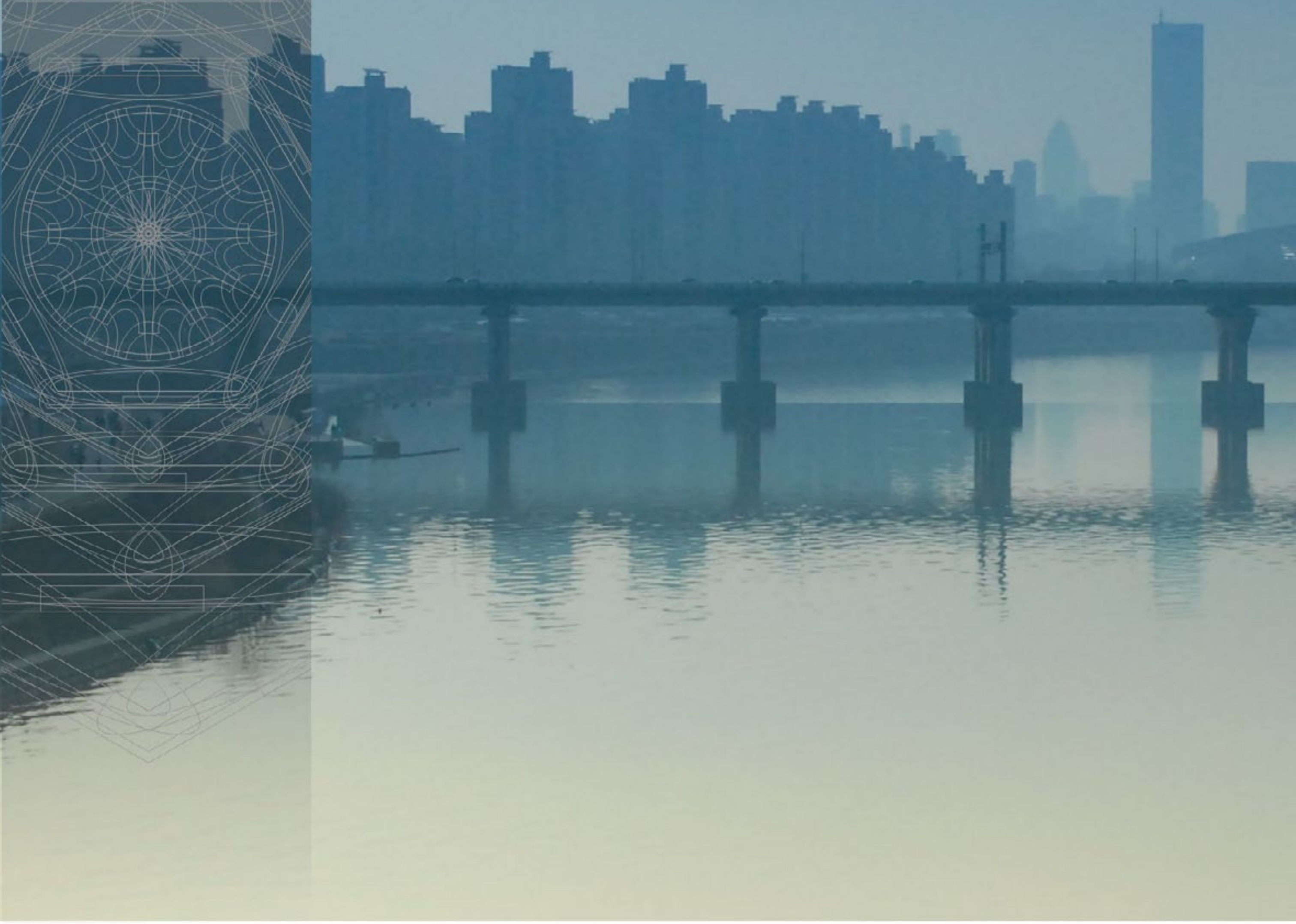
Al cuore della MATEMATICA

Come mai la matemati

Perché l'infinit

L'aste

Che co



O

CA

Come mai la matematica è così efficace nel descrivere la realtà naturale?

Perché l'infinito riemerge continuamente nel discorso matematico?

L'astrazione matematica è nemica del rapporto col reale?

Che cosa ha motivato i matematici nel corso della storia?

Quale metodo seguono nella loro ricerca del vero?

C'è ancora qualcosa da scoprire oggi in matematica?

Sono domande che accomunano sia chi considera la matematica come "qualcosa che non fa per me" sia chi vive l'avventura della ricerca e del lavoro scientifico. A tutti la mostra offre l'occasione di un incontro con la matematica, seguendo quel filo intrecciato di verità e bellezza che percorre tutta la sua storia.

Al visitatore è proposto un germe di esperienza diretta della matematica, un piccolo seme di meraviglia e identificazione nella sua struttura di "mirabili teoremi, stringenti dimostrazioni, formidabili applicazioni" attraverso cui si palesa una bellezza ben connotata dalle parole del filosofo e matematico Pavel Florenskij:

"La bellezza non è una cosa nella quale si possa penetrare immediatamente. O meglio, e più precisamente, ci si può penetrare anche subito, ma dopo esserci rimasti accanto per un po', e dopo che nell'animo i vari elementi assimilati progressivamente si sono composti insieme in maniera organica".

A chi accetta di stare accanto ai suoi problemi, la matematica promette di rivelare in modo paradigmatico la modalità con cui il cuore dell'uomo entra in rapporto con la realtà.
Il viaggio "al cuore della matematica" svelerà così aspetti della più generale dinamica umana del conoscere.

Accettare la SFIDA

INIZIAMO DA UN PROBLEMA NON PER IL GUSTO DEI TRABOCCHETTI MA PER OSSERVARE LA NOSTRA RAGIONE IN AZIONE.

"Risolvere un problema significa trovare una strada per uscire da una difficoltà, una strada per aggirare un ostacolo, per raggiungere uno scopo che non sia immediatamente raggiungibile".

*"L'esperienza della risoluzione di un problema può essere come una improvvisa chiarificazione che porta luce, ordine, collegamento e scopo ai dettagli che prima apparivano oscuri. Dopo che l'idea è venuta noi **vediamo qualcosa di più**, più significati, più scopi, più relazioni".*

George Polya

C'è ancora un passo importante: in matematica non ci accontentiamo quando **intuiamo** la soluzione. Non ci fermiamo se non sappiamo il **perché**, se non abbiamo le prove, cioè se non raggiungiamo una **dimostrazione**.

Incontro al PROBLEMA

"Un ingrediente essenziale del problema è il desiderio, la volontà e la decisione di risolverlo. Un problema diventa il vostro problema, lo possedete veramente, quando decidete di farlo, quando desiderate risolverlo".

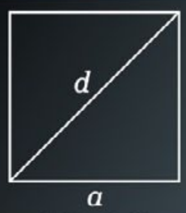
George Polya

La scoperta degli IRRAZIONALI

Una spina nel fianco, tanto per cominciare

Misurare le lunghezze sembra essere una delle operazioni geometriche più semplici e naturali. Eppure nasconde un problema profondo, che emerge quasi agli albori della matematica, e scandalizzerà i seguaci di Pitagora.
È la scoperta delle ***grandezze incommensurabili***. Significa che i numeri interi e le frazioni non sono sufficienti per misurare le lunghezze: occorrono anche i numeri **"irrazionali"** (quelli che dopo la virgola hanno infinite cifre che si ripetono senza periodicità), numeri che però ai tempi dei Greci non potevano essere definiti rigorosamente, in quanto richiedono qualche tipo di procedimento infinito. Questa esigenza, che caratterizzerà sistematicamente la matematica moderna, fa così capolino fin dall'inizio, come una spina nel fianco.

1) fissiamo un segmento a come unità di misura delle lunghezze;
2) costruiamo con riga e compasso la diagonale d del quadrato di lato a;
3) si dimostra allora che il segmento d non può essere misurato da a, cioè non contiene un numero intero di volte il segmento a o un sottomultiplo.



Pitagora (VI sec. a.C.)

$a = 1$

$d = 1.41421356237309504880168872420969807856967187537694807 3...$

VI sec. a.C.

Il trattato più famoso
DELLA STORIA

Raffaello,
La Scuola di Atene
(1511).
Euclide (particolare)

Con gli *Elementi*, Euclide offre una sintesi compiuta del pensiero matematico sviluppatosi fino a quel momento. In essi **la matematica è presentata in forma di *teoria ipotetica deduttiva*: definizioni, assiomi, teoremi.** Da poche premesse iniziali vengono dimostrati rigorosamente tutti i risultati successivi.

Si può dire quindi che a quel punto, quasi 2000 anni prima della nascita della scienza moderna, la matematica ha già raggiunto la sua maturità.

Gli *Elementi* di Euclide sono stati giustamente considerati come un modello di rigore logico. Resteranno per oltre 2000 anni il testo fondamentale per la geometria e la teoria dei numeri e saranno riformulati solo alla fine del XIX secolo.

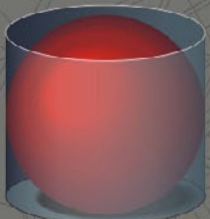
300 a.C.

Il genio di ARCHIMEDE

Archimede è considerato uno dei massimi matematici e geni della storia. Il filo rosso che percorre le sue ricerche è l'affronto del difficile problema di **misurare** lunghezze, aree e volumi di oggetti curvilinei.

Il volto di Archimede di Siracusa (287-212 a.C.) è raffigurato sulla *medaglia Fields*, il premio più prestigioso per un matematico.

Due famosi esempi di Archimede

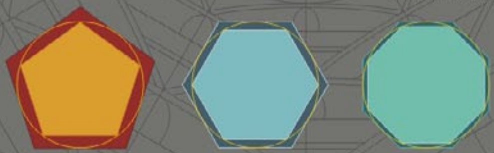


"CONSIDERIAMO UNA SFERA, E IL CILINDRO CIRCOSCRITTO ALLA SFERA. IL RAPPORTO TRA IL VOLUME DEL CILINDRO E QUELLO DELLA SFERA È 3/2. IL RAPPORTO TRA LA SUPERFICIE TOTALE DEL CILINDRO E QUELLA DELLA SFERA È 3/2".

DA *Sulla sfera e il cilindro*

"IL RAPPORTO TRA LA CIRCONFERENZA DEL CERCHIO E IL SUO DIAMETRO [CIOÈ IL NUMERO CHE NOI CHIAMIAMO 'PI GRECO'] È COMPRESO TRA 3+10/71 E 3+1/7".
(DA QUESTO SEGUE CHE $\pi = 3,14\ldots$)

DA *La misura del cerchio*



Il metodo consiste nel calcolare il perimetro dei due poligoni regolari di 96 lati, uno inscritto e uno circoscritto al cerchio. Naturalmente il calcolo è fatto per via teorica, non misurando empiricamente tali perimetri!

Se di Euclide ammiriamo anzitutto la dimostrazione e l'armonia complessiva del disegno teorico, di Archimede colpisce l'aspetto della ***scoperta***: al di là delle ingegnose dimostrazioni, sono gli enunciati stessi dei suoi risultati ad essere, sebbene semplici ed eleganti, in qualche modo sorprendenti. L'alleanza tra ***verità*** e ***bellezza*** è evidente nella matematica di Archimede.

III sec. a.C.

PIETRE MILIARI

Leonardo Pisano e I NUMERI ARABI

L'Europa impara a far di conto

Nel 1202 Leonardo Pisano (detto Fibonacci) col *Liber Abaci* introduce in Europa l'uso delle **cifre indo-arabe** (in uso nel mondo arabo dall'VIII secolo) per scrivere i numeri e per fare calcoli per iscritto. I numeri romani, in uso fino a quel momento in Occidente, non facilitavano il calcolo scritto, costringendo all'uso dell'abaco o del calcolo sulle dita.

Il nuovo sistema di scrittura e calcolo si diffonderà nelle "scuole d'abaco" del basso Medio Evo, in tutta Europa e in Italia in particolare, mettendo a disposizione della gente comune la possibilità di eseguire **calcoli complessi in modo esatto**, come era ormai richiesto ad esempio dallo sviluppo dei commerci.

È la prima grande "rivoluzione" nel calcolo.

Leonardo Pisano (Fibonacci), 1170-1250

Raffigurazione di una scuola d'abaco

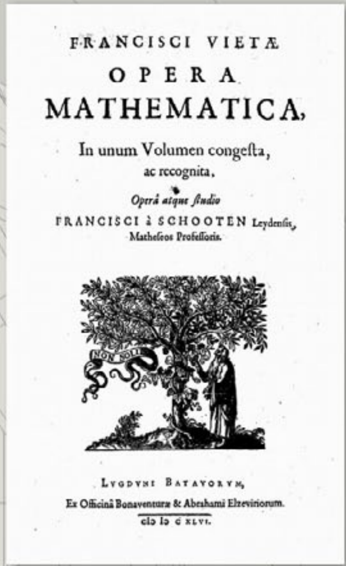
Pagine del *Liber Abaci* (1202)

1202

La rivoluzione
L'ALGEBRA SIMBOLICA

François Viète (1540-1603)

Nel 1591, François Viète scrive *In artem analyticem isagoge*, considerata l'atto di nascita dell'algebra simbolica. La sua idea chiave è **usare lettere** sia per indicare le incognite che per indicare le quantità note, che noi chiameremmo "coefficienti generici". Il risultato è non solo una maggior sintesi e semplicità di scrittura, ma la potenza del nuovo strumento che consente di stabilire formule di valore generale.


FRANCISCI VIETÆ
OPERA
MATHEMATICA,
In unum Volumen congesta, ac recognita,
Operâ atque studio
FRANCISCI à SCHOOTEN Leydensis, Matheseos Professoris.

LUGDUNI BATAVORUM,
Ex Officinâ Bonaventuræ & Abrahami Elzeviriorum.
CIϽ IϽ C XLVI.

Un'edizione del 1646 delle opere di Viète

E prima come si faceva?

Nei trattati medievali di algebra l'incognita è chiamata "la cosa", il suo quadrato è chiamato "censo". Il procedimento risolutivo è illustrato a parole, senza alcun uso di simboli (*algebra retorica*):

Loro scrivevano così	Noi scriviamo così
cose uguale a numero	$ax = b$
censi e cose uguale a numero	$ax^2+bx = c$
censi uguale a numero	$ax^2 = b$
censi uguale a cose	$ax^2 = bx$
censi e numero uguale a cose	$ax^2+c = bx$
censi uguale a cose e numero	$ax^2 = bx+c$

Una sola formula descrive infinite equazioni, grazie all'uso di coefficienti letterali generici.

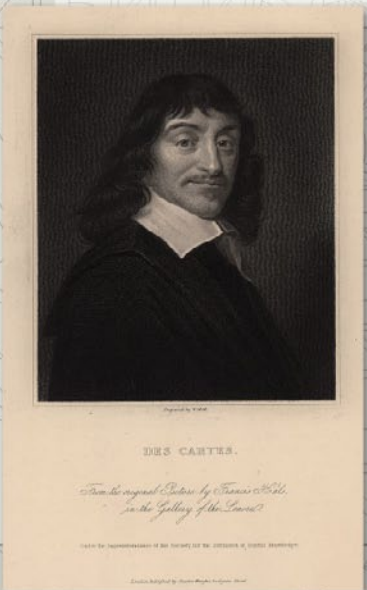
Gli *algebristi rinascimentali* prima di Viète cominciarono a sviluppare ciascuno qualche forma di abbreviazione (*algebra sincopata*), senza una vera scrittura simbolica.

1591

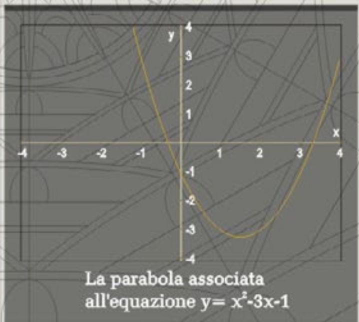
L'invenzione della
GEOMETRIA ANALITICA

Fermat e Cartesio sono i due scienziati a cui si deve la nascita della geometria analitica, o geometria delle coordinate. L'idea centrale della geometria analitica è **associare delle equazioni algebriche a curve o superfici**: così una retta si rappresenta mediante un'equazione di primo grado in due variabili, un'ellisse o una parabola mediante un'equazione di secondo grado ecc.
Intersecare due curve significa allora risolvere un sistema di due equazioni: il problema geometrico è ridotto a problema algebrico e viceversa.
È una delle più grandi svolte nella storia della matematica.

Pierre de Fermat
(1601-1665)

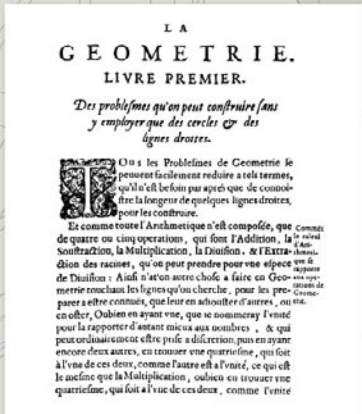


René Descartes
(Cartesio, 1596-1650)



La parabola associata all'equazione $y= x^2-3x-1$

La prima pagina de *La Geometrie* di Cartesio, pubblicata nel 1636 in appendice al famoso *Discorso sul Metodo.*



LA
GEOMETRIE.
LIVRE PREMIER.

Des problesmes qu'on peut construire sans y employer que des cercles & des lignes droites.

Tous les Problesmes de Geometrie se peuvent facilement reduire a tels termes, qu'il n'est besoin par aprés que de connoistre la longeur de quelques lignes droites, pour les construire.

Et comme toute l'Arithmetique n'est composée, que de quatre ou cinq operations, qui sont l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, la Diuision, & l'Extraction des racines, qu'on peut prendre pour vne espece de Diuision : Ainsi n'a-t'on autre chose a faire en Geometrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les preparer a estre connuës, que leur en adiouster d'autres, ou en oster, Oubien en ayant vne, que ie nommeray l'vnité pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, & qui peut ordinairement estre prise a discretion, puis en ayant encore deux autres, en trouuer vne quatriesme, qui soit à l'vne de ces deux, comme l'autre est a l'vnité, ce qui est le mesme que la Multiplication, oubien en trouuer vne quatriesme, qui soit a l'vne de ces deux, comme l'vnité

Comment le calcul d'Arithmetique se rapporte aux operations de Geometrie.

1630 circa

Un punto di svolta
IL CALCOLO INFINITESIMALE

Intorno al 1700 Newton e Leibniz creano una nuova disciplina matematica che avrebbe cambiato il corso della storia sia della matematica che della scienza: il calcolo infinitesimale (oggi chiamato analisi matematica), che permette di studiare con strumenti potenti (derivate e integrali) le grandezze che **variano con continuità**.
Problemi che in passato erano stati risolti da grandi matematici solo in casi particolari e ricorrendo a qualche ingegnosa idea, potevano essere ora affrontati in grande generalità, con tecniche che rendevano tali problemi esercizi di routine.

Le ricadute sulla fisica e sulla matematica

Tutta la fisica di Newton è fondata sull'utilizzo del calcolo infinitesimale: mediante il concetto di derivata viene tradotto quello di velocità e quello di accelerazione. La previsione quantitativa del moto dipende dalla risoluzione di equazioni differenziali.

Col calcolo infinitesimale inizia uno sviluppo esplosivo di applicazioni per la comprensione e previsione quantitativa dei fenomeni, che caratterizzerà la matematica del XVIII e XIX secolo. Ma il calcolo infinitesimale rivoluzionerà anche gli altri settori della matematica, dotandoli di strumenti potenti e portando alla nascita di interi nuovi settori, nati dall'incontro con altre discipline come la geometria e l'algebra.

Isaac Newton (1642-1727, a sinistra) e Gottfried W. Leibniz (1646-1716, a destra) intorno al 1700 arrivano, indipendentemente l'uno dall'altro, alle idee fondamentali del calcolo infinitesimale.

1700 circa